

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 1**

Lunes 13 de mayo de 2019 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP02

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. La forma de la luna se puede modelizar mediante una esfera de 3 474 000 metros de diámetro.
- (a) Utilice este modelo para calcular la circunferencia de la luna en **kilómetros**.  
Escriba el valor completo que aparece en la pantalla de la calculadora. [3]
  - (b) Dé la respuesta que dio en el apartado (a) redondeando a tres cifras significativas. [1]
  - (c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)** en la forma  $a \times 10^k$ ,  
donde  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



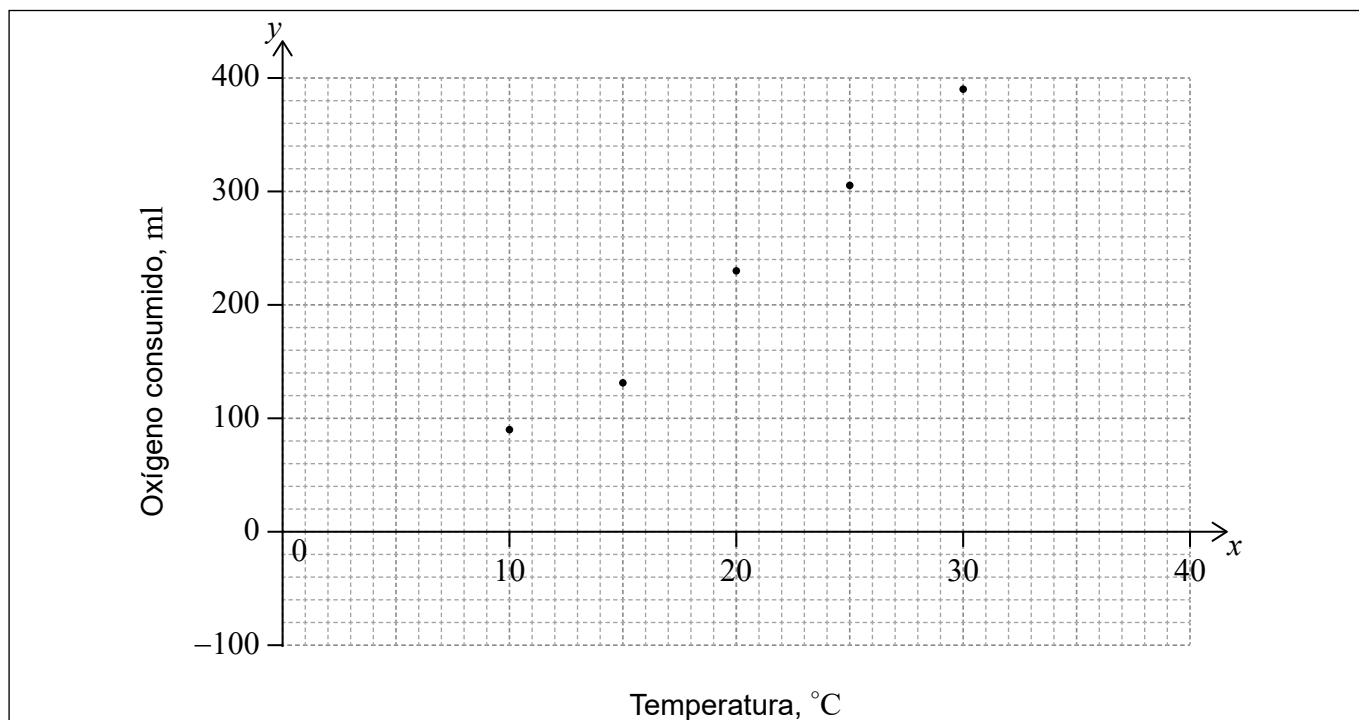
20EP03

Véase al dorso

2. Los escarabajos de Colorado son una plaga que puede provocar importantes daños a los cultivos de patata. La cantidad de oxígeno (en mililitros [ml]) que consume al día uno de estos escarabajos de Colorado aumenta con la temperatura, tal y como se muestra en la siguiente tabla.

<b>Temperatura, °C (<math>x</math>)</b>	10	15	20	25	30
<b>Oxígeno consumido, ml (<math>y</math>)</b>	90	133	230	306	391

Esta información se ha utilizado para elaborar un diagrama de dispersión.



- (a) Halle la ecuación de la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$ . [2]

Las coordenadas de la media son  $(20, 230)$ .

- (b) En el mismo diagrama de dispersión, dibuje con precisión la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$ . [2]

Para poder estimar la cantidad de oxígeno consumido, se considera que esta recta de regresión es fiable para temperaturas  $x$  tales que  $a \leq x \leq b$ .

- (c) Escriba el valor de  $a$  y el de  $b$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(c) .....



**3. En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos lugares decimales.**

Velina viaja de Nueva York a Copenhague y se lleva 1200 dólares estadounidenses (USD). Ella cambia este dinero a coronas danesas (DKK). El tipo de cambio es  $1 \text{ USD} = 7,0208 \text{ DKK}$ .

(a) Calcule cuánto dinero recibe Velina en DKK. [2]

Al final del viaje a Velina le han sobrado 3450 DKK y decide cambiarlas a USD. El banco cobra una comisión del 5%. El tipo de cambio sigue siendo  $1 \text{ USD} = 7,0208 \text{ DKK}$ .

(b) (i) Calcule la cantidad de DKK que le quedan para cambiar una vez aplicada la comisión.

(ii) A partir de lo anterior, calcule la cantidad de USD que recibirá. [4]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) (i) .....

(ii) .....



20EP05

**Véase al dorso**

4. Considere las siguientes proposiciones.

$p$ :  $a$  es divisible entre 9

$q$ :  $b$  es divisible entre 9

$s$ : El producto de  $a$  y  $b$  es divisible entre 9

(a) Escriba  $s \Leftrightarrow (p \wedge q)$  con palabras.

[3]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad.

[2]

$p$	$q$	$s$	$p \wedge q$	$s \Leftrightarrow (p \wedge q)$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

(c) Justifique por qué  $s \Leftrightarrow (p \wedge q)$  no es ni una tautología ni una contradicción.

[1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

.....

.....

.....

(c) .....

.....

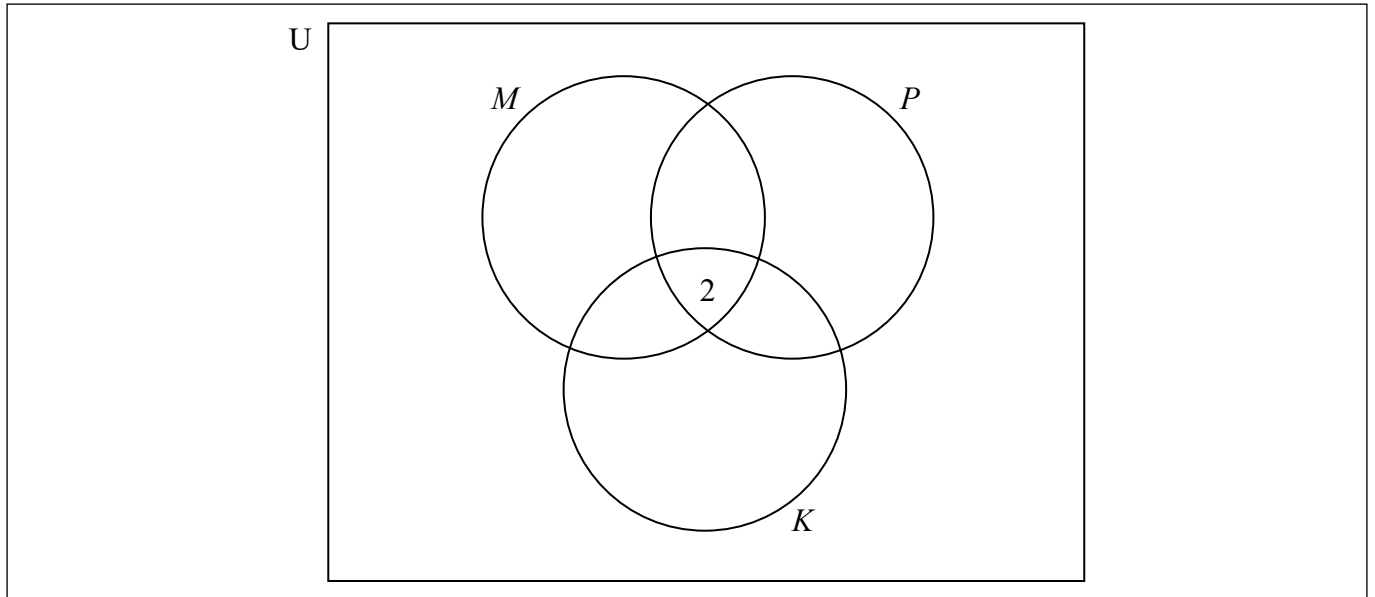
.....



5. En la cafetería de un colegio se venden batidos de tres sabores distintos: mango ( $M$ ), kiwi ( $K$ ) y plátano ( $P$ ). 85 alumnos participaron en una encuesta para saber cuáles de estos tres sabores les gustaban a cada uno.

- A 35 alumnos les gusta el mango, a 37 el plátano y a 26 el kiwi
- A 2 les gustan los tres sabores
- A 20 les gustan el mango y el plátano
- A 14 les gustan el mango y el kiwi
- A 3 les gustan el plátano y el kiwi

(a) Utilizando esta información, complete el siguiente diagrama de Venn. [2]



(b) Halle a cuántos de los alumnos que participaron en la encuesta no les gusta ninguno de los tres sabores. [2]

(c) Se elige al azar a uno de los alumnos que participaron en la encuesta.

Halle la probabilidad de que a este alumno le gusten los batidos de kiwi, sabiendo que le gustan los batidos de mango. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

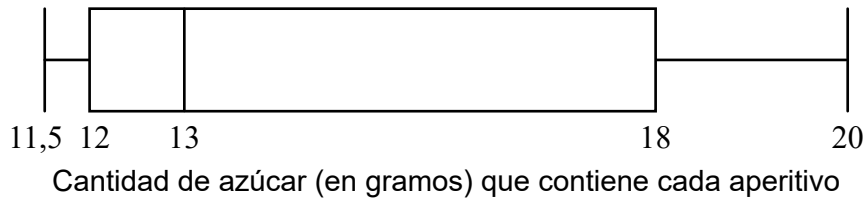
(b) .....

(c) .....



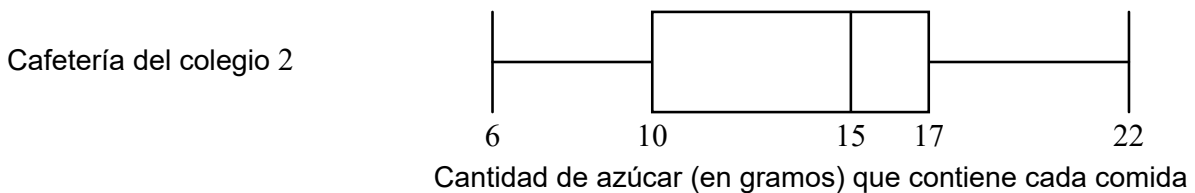
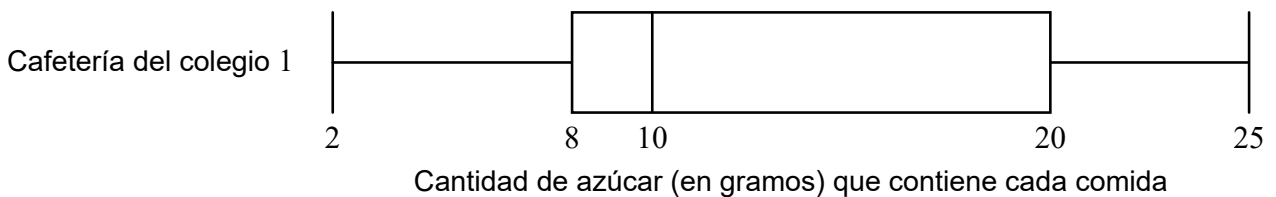


6. Una inspectora de sanidad analizó la cantidad de azúcar presente en 500 **aperitivos** distintos que se elaboran en las cafeterías de diversos colegios. Los datos recogidos se muestran en el siguiente diagrama de caja y bigotes.



- (a) Indique qué representa el 13 en este diagrama. [1]
- (b) (i) Escriba el rango intercuartil para estos datos.
- (ii) Escriba el número aproximado de aperitivos cuyo contenido de azúcar está comprendido entre 18 y 20 gramos. [3]

La inspectora de sanidad visita la cafetería de dos colegios distintos. En cada una de esas cafeterías inspecciona el mismo número de **comidas**. Los datos recogidos se muestran en los siguientes diagramas de caja y bigotes.



Las comidas que elaboran las cafeterías de los colegios tienen que tener menos de 10 gramos de azúcar.

- (c) Indique —dando una razón— en cuál de las dos cafeterías hay más comidas que **no** cumplen este requisito. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 6: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....
- (c) .....
- .....
- .....



20EP09

**Véase al dorso**

7. La anchura de un jardín rectangular es 4,5 metros menor que su longitud, que es igual a  $x$  metros.
- (a) Escriba una expresión que dé la anchura del jardín en función de  $x$ . [1]  
El perímetro del jardín es igual a 111 m.
- (b) Escriba una ecuación que exprese el perímetro del jardín en función de  $x$ . [1]
- (c) Halle el valor de  $x$ . [2]  
Un jardinero mide la longitud del jardín y obtiene un valor de 25 m.
- (d) Halle el porcentaje de error de su medición. [2]

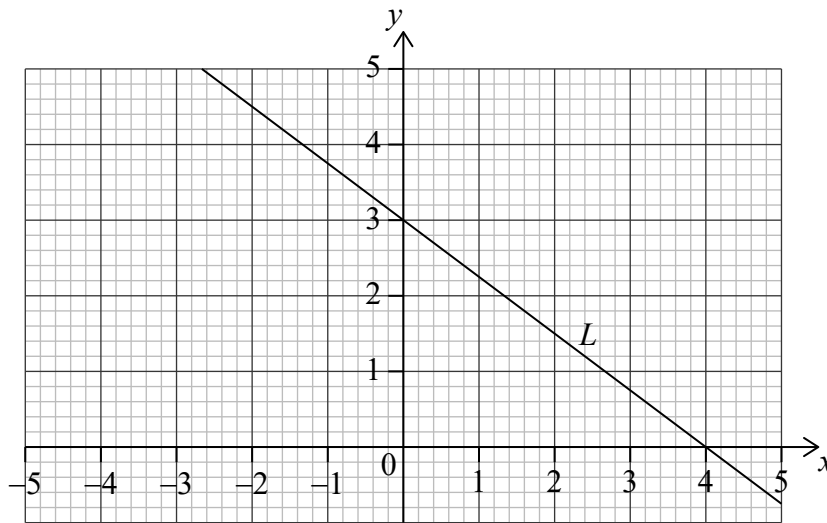
**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



8. La recta  $L$  corta al eje  $y$  en  $(0, 3)$  y al eje  $x$  en  $(4, 0)$ , tal y como se muestra en la siguiente figura.



- (a) (i) Halle la pendiente de  $L$ .
- (ii) Escriba la ecuación de  $L$  en la forma  $y = mx + c$ . [3]

La recta  $N$  es perpendicular a  $L$  y pasa por el punto  $P(2, 1)$ .

- (b) (i) Escriba la pendiente de  $N$ .
- (ii) Halle la ecuación de  $N$  en la forma  $y = mx + c$ . [3]

**Operaciones:**

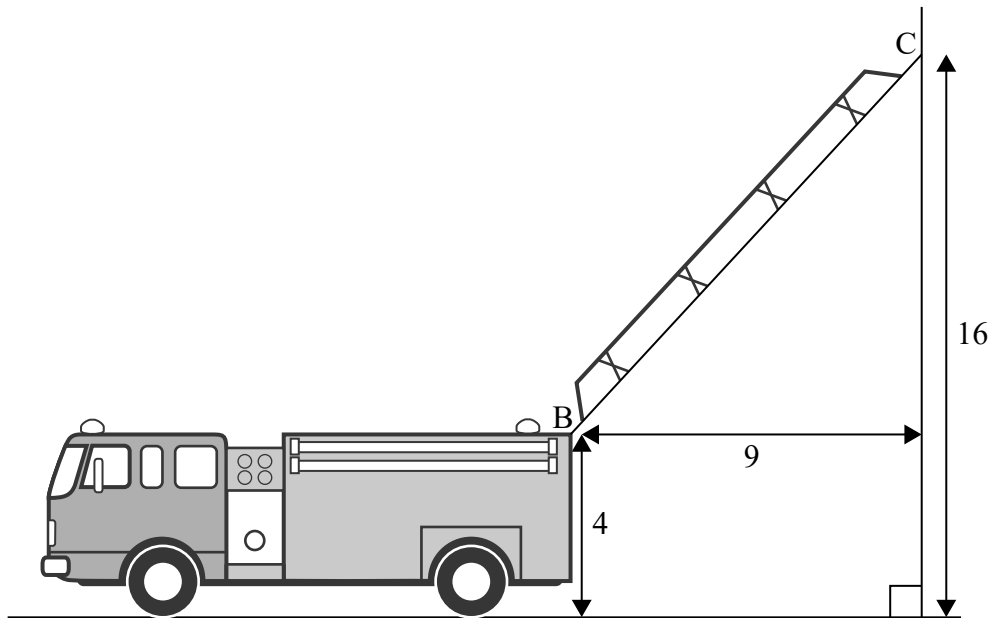
**Respuestas:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....



9. La escalera de un camión de bomberos tiene su base en el punto B, que está situado a 4 metros del suelo. Cuando se despliega la escalera, el otro extremo se apoya en una pared vertical en el punto C, que está situado a 16 metros del suelo. La distancia horizontal que hay entre B y C es de 9 metros.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Halle el ángulo de elevación de C desde B. [3]

Llega un segundo camión y su escalera, cuando está totalmente desplegada, mide 30 metros de largo. La base de esta escalera también se encuentra a 4 metros del suelo. Por seguridad, el máximo ángulo de elevación que puede subtender la escalera es de  $70^\circ$ .

- (b) Halle la máxima altura a la que se puede llegar en la pared con la escalera de este segundo camión. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 9: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

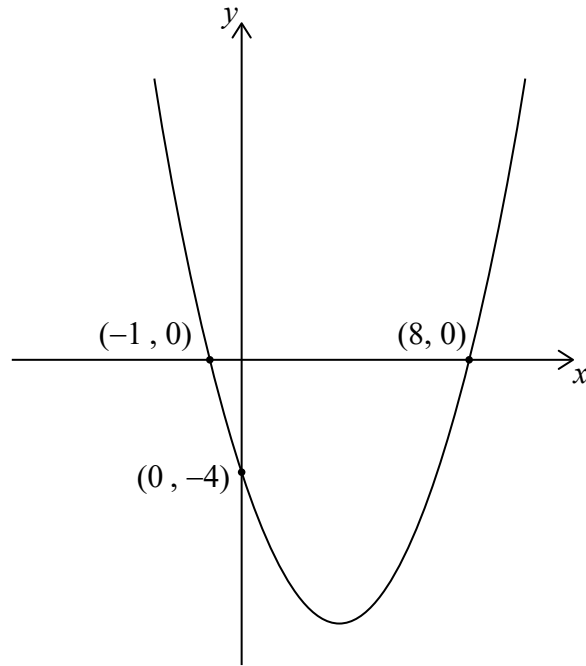
(b) .....



20EP13

**Véase al dorso**

10. Considere la función  $f(x) = a(x - p)(x - q)$ , que se muestra en el siguiente gráfico.



- (a) Halle la ecuación del eje de simetría. [2]
- (b) Halle el valor de  $p$  y el de  $q$ . [2]
- (c) Halle el valor de  $a$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



11. Considere los siguientes conjuntos:

El conjunto universal  $U$  consta de todos los números enteros positivos menores de 15;

$A$  es el conjunto de todos los números que son múltiplos de 3;

$B$  es el conjunto de todos los números pares.

(a) Escriba los elementos que pertenecen a  $A \cap B$ . [3]

(b) Escriba

(i) los elementos que pertenecen a  $A \cap B'$ ;

(ii)  $n(A \cap B')$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) (i) .....

(ii) .....





12. Un grupo de estudiantes universitarios participaron en una encuesta donde se les preguntó cuántas horas ( $h$ ) trabajaban al mes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Horas al mes ( $h$ )	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$0 < h \leq 10$	3	3
$10 < h \leq 20$	7	10
$20 < h \leq 30$	10	20
$30 < h \leq 40$	14	34
$40 < h \leq 50$	$p$	44
$50 < h \leq 60$	6	50
$60 < h \leq 70$	4	54
$70 < h \leq 80$	2	$q$

- (a) Utilice la tabla para hallar los siguientes valores.

(i)  $p$

(ii)  $q$

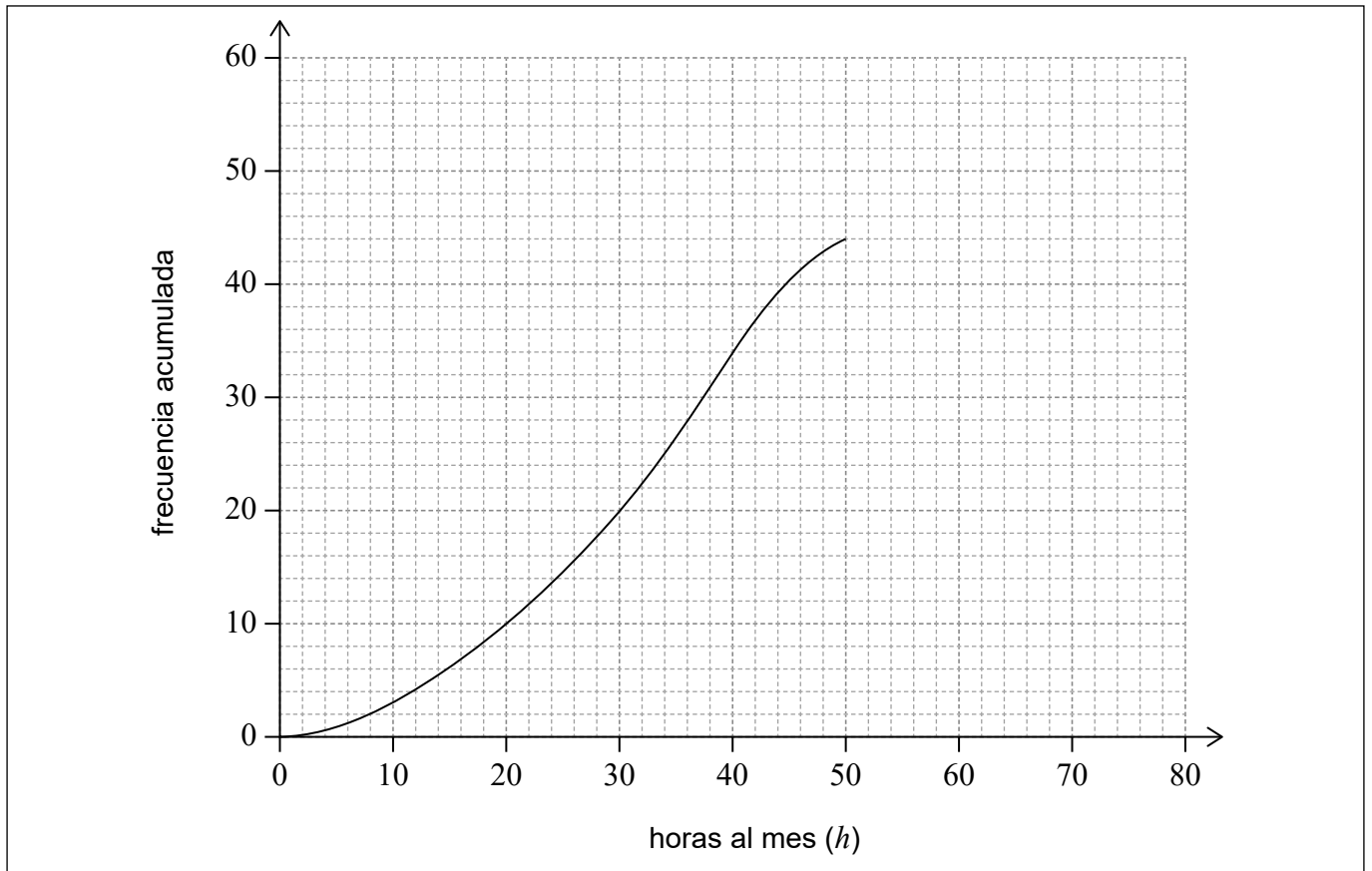
[2]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



**(Pregunta 12: continuación)**

Se han usado los cinco primeros intervalos de clase (los que se indican en la tabla) para dibujar una parte de la curva de frecuencias acumuladas, tal y como se muestra en la figura.



- (b) En esa misma cuadrícula, complete la curva de frecuencias acumuladas correspondiente a estos datos. [2]
  
- (c) Utilice la curva de frecuencias acumuladas para hallar una estimación del número de alumnos que trabajan como mucho 35 horas al mes. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....
- (c) .....



13. En la isla Little Green no había tortugas, originariamente. Después de que se introdujeran 55 tortugas en la isla, la población de tortugas se puede ahora modelizar mediante la siguiente expresión:

$$N(t) = a \times 2^{-t} + 10, t \geq 0,$$

donde  $a$  es una constante y  $t$  es el tiempo transcurrido, en años, desde que se introdujeron las tortugas.

(a) Halle el valor de  $a$ . [2]

(b) Halle el tiempo (en años) que ha de transcurrir para que la población disminuya a 20 tortugas. [2]

Hay un número  $m$  a partir del cual la población de tortugas ya no disminuye.

(c) Halle el valor de  $m$ . Justifique su respuesta. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....

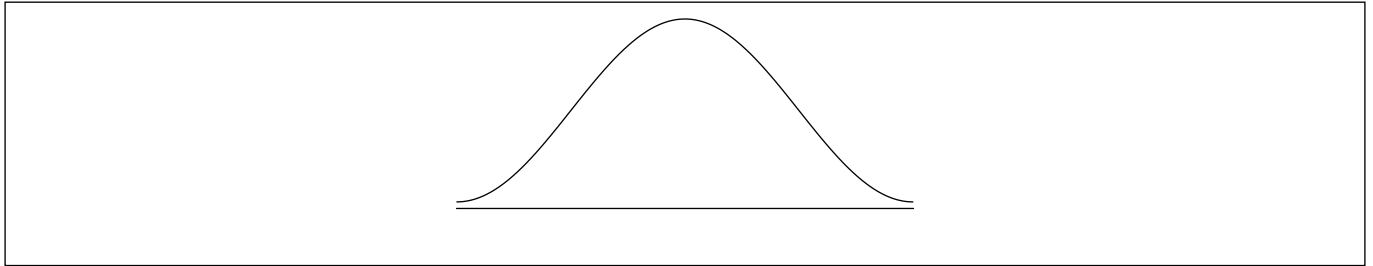
.....

.....



14. El precio (en euros) al que se vende un kilogramo de tomates en los diversos mercados de una ciudad dada sigue una distribución normal, de media 3,22 y desviación típica igual a 0,84.

- (a) (i) En la siguiente figura, sombree la región que representa la probabilidad de que el precio de un kilogramo de tomates, elegido al azar, sea mayor que 3,22 euros.



- (ii) Halle el precio que está dos desviaciones típicas por encima de la media del precio. [2]

- (b) Halle la probabilidad de que el precio de un kilogramo de tomates, elegido al azar, esté comprendido entre 2,00 euros y 3,00 euros. [2]

Para fomentar que se pongan unos precios razonables, la ciudad ofrece licencias de venta gratuitas a aquellos vendedores cuyo precio de venta de un kilogramo de tomates esté dentro del 20% más bajo.

- (c) Halle el precio más alto que puede poner un vendedor si quiere tener una licencia gratuita. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (ii) .....
- (b) .....
- (c) .....



20EP19

Véase al dorso

15. Un alfarero vende  $x$  jarrones al mes.

Los beneficios mensuales que obtiene, en dólares australianos (AUD), se pueden modelizar mediante la siguiente expresión:

$$B(x) = -\frac{1}{5}x^3 + 7x^2 - 120, x \geq 0.$$

- (a) Halle el valor de  $B$  cuando el alfarero no vende ningún jarrón. [1]
- (b) Derive  $B(x)$ . [2]
- (c) **A partir de lo anterior**, halle el número de jarrones para el cual se maximizan los beneficios. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....

